Versuch 245 - Induktion

PAP 2.2

Teilnehmender Student: **Harish Mahendran**

Gruppe des Teilnehmenden: **4**

Kurs: **Diensttag**

Inhaltsverzeichnis

0 Messprotokoll **1**

1 Einleitung **4**

1.1 Motivation 4

1.2 Grundlagen aus der Physik 4

2 Durchführung **6**

2.1 Versuchsskizze 6

2.2 Messverfahren 6

3 Auswertung **7**

3.1 Induktiongesetz 7

3.2 Periodische Feldströme 9

3.3 Erdmagnetfeld 12

4 Zusamenfassung und Diskussion **14**

4.1 Diskussion und Kritik 14

4.1.1 Induktionsgesetz 14

4.1.2 Periodische Feldströme 14

4.1.3 Erdmagnetfeld 14

4.2 Fazit 15

0. Messprotokoll

Messprotokoll: Induktion 22.10.24

Harish Mahendran
Jonas Schweer

Messgeräte:
- Oszilloskop
- Leistungsfunktionsgenerator
- Antriebsmotor
- Netzteil
- Multimeter (Benning MM 7)
- Kompass
- RC-Filter
- Helmholtzspule (Widerstand $R = (2,70 \pm 0,10)\,\Omega$, Durchmesser 295 mm, Abstand Spulen: 147 mm, Windungszahl der Spulen: 124)
- Drehbar gelagerte Induktionsspule (in Helmholtzspule) (4000 Windungen)

Vorversuch: Wir verbinden die Spule mit vielen Windungen mit dem Oszillator und betrachten die Ausschläge entweder beim hinein/hinausbewegen eines Magneten oder beim Bewegen der Spule.

Bewegen des Magneten → in die Spule: Positiver Ausschlag
→ aus der Spule: Negativer Ausschlag

Bewegen der Spule → zum Magneten: Positiver Ausschlag
→ weg vom Magneten: Negativer Ausschlag

Variation der Geschwindigkeit: höhere Geschwindigkeit → größerer Ausschlag

Aufgabe 2:

Um die Helmholtzspule in Betrieb zu nehmen, müssen wir zuerst die maximal zulässige Spannung berechnen. Wir kennen den Innenwiderstand der Spule als ca. 2,70 Ω. Die maximal erlaubte Stromstärke ist 5 A. Mit $U_{max} = R \cdot I_{max}$ folgt als maximale Spannung $U_{max} = 13{,}25\,V$

Nun drehen wir die eingebettete Spule mit einer (mit dem Frequenzgenerator eingestellten) Frequenz in der eingeschalteten Helmholtzspule. Zuerst lassen wir die Stromstärke der Spule konstant bei I=4A und variieren die Frequenz von 3Hz bis 15 Hz. Wir messen die Amplitude der induzierten Spannung in der drehenden Spule.

Frequenz f [Hz]	3,00	6,00	9,10	12,01	15,00
U_{max} [V]	1,08	2,08	3,12	4,08	4,96

Stromstärke: $I = (4,00 \pm 0,10)A$
Fehler der Frequenz: $\Delta f = 0,10 Hz$
Fehler der Spannung: $\Delta U_{max} = 0,04 V$

Tabelle 1: Induzierte Spannung bei variierender Frequenz

Nun halten wir die Frequenz konstant und messen bei Veränderung des Stroms in der Spule die Amplitude der induzierten Spannung

Stromstärke I [A]	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50
U_{max} [V]	0,56	0,95	1,30	1,80	2,20

$f = (10,15 \pm 910) Hz$
$\Delta I = 0,10 A$
$\Delta U_{max} = 0,10 V$

Stromstärke I [A]	3,00	3,50	4,00	4,50
U_{max} [V]	2,60	3,08	3,40	3,84

Tabelle 2: Induzierte Spannung bei variierender Stromstärke

Aufgabe 3:

Als nächstes betrachten wir die Spannung, die durch Ändern des B-Feldes induziert wird. Dafür schließen wir die Spule an eine Wechselstromquelle an und messen die Spannung in Abhängigkeit von dem Winkel, um den wir die innere Spule gedreht haben:

Winkel ϕ [°]	0	30	60	90	120	150	180
U_{max} [V]	1,20	1,04	0,60	0,01	0,66	1,10	1,22

$\Delta \phi = 2,0°$
$\Delta U_{max} = 0,10 V$
$f_I = (103,70 \pm 0,10) Hz$

Tabelle 3: U_{max} in Abhängigkeit von dem Drehwinkel ϕ

Nun wollen wir die Frequenz des Wechselstroms variieren, und zusätzlich zur induzierten Spannung auch noch die Stromstärke und Spannung auf der Helmholtz-spule notieren:

f [Hz]	20,3	40,6	60,4	80,5	102,0	120,7	139,4	160,0	180,8	201,0	± 1,0Hz
$U_{max,ind}$ [V]	0,64	1,04	1,20	1,26	1,30	1,34	1,36	1,36	1,38	1,38	± 0,10V
$U_{max,spule}$ [V]	1,43	1,45	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	1,46	± 0,10V
$I_{max,spule}$ [mA]	260	205	160	129	107	91	80	70	62	56	± 3mA

f [Hz]	402	605	800	1000	1205	1397	1603	1799	2008	± 3Hz
$U_{max,ind}$ [V]	1,40	1,40	1,40	1,36	1,36	1,36	1,40	1,40	1,40	± 0,10V
$U_{max,spule}$ [V]	1,46	1,46	1,46	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	1,41	± 0,10V
$I_{max,spule}$ [mA]	28	19	14	11	9,3	8	6,9	6,1	5,4	± 3mA

Aufgabe 4:

Um das Erdmagnetfeld zu messen, richten wir der Versuchsaufbau in Richtung der Pole aus. Dann lassen wir die innere Spule mit einer Frequenz von ca. $15{,}1 \pm 0{,}3$ Hz rotieren. Wir notieren die Spitze-Spitze-Spannung, die induziert wird.

$$U_{sp,0} = (172{,}0 \pm 0{,}4)\,\text{mV}$$

Um das Rauschen zu minimieren, haben wir möglichst kurze Kabel genommen (→ kleiner Kabelfehler) Allerdings werden auch Magnetwellen durch z.B. die technischen Geräte in der Umgebung ausgesendet. Das kann nur schwer minimiert werden.

Wir legen nun einen Kompensationsstrom an, um so die horizontale Komponente des B-Feldes zu eliminieren. Wir messen nun die verbleibende Sp-Sp-Spannung.

$$U_{sp} = (34{,}0 \pm 0{,}4)\,\text{mV}$$

$$f = (14{,}8 \pm 0{,}8)\,\text{Hz}$$

$$I_{komp} = (64{,}70 \pm 0{,}10)\,\text{mA}$$

1. Einleitung

1.1 Motivation

Strominduktion durch Magnetfelder ist ein fundamentaler Effekt, der in der modernen Technik eine entscheidende Rolle spielt. Er findet sich in Anwendungen von der Übertragung und dem Empfang von Signalen bis hin zur Stromerzeugung und dem Betrieb von Motoren wieder. In einem kontrollierten Aufbau aus einer Helmholtz- und einer Induktionsspule wird in diesem Experiment das Phänomen untersucht, indem verschiedene Parameter variiert werden. Zusätzlich ermöglicht der Aufbau auch eine genaue Bestimmung des Erdmagnetfeldes.

1.2 Grundlagen aus der Physik

Das dritte Maxwell'sche Gesetz in der Integralschreibweise besagt

$$\oint_{\partial S} \vec{E} dr = -\int_{A} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} = -\frac{d}{dt}\Phi = -U_{ind} \tag{1}$$

Dies besagt, dass durch die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses Φ in einer Fläche S, ein elektrisches Feld $\vec{E}$am Rand dieser Fläche ∂S erzeugt wird. Dadurch wird eine Spannung U_{ind} in einer Spule induziert, wenn sich das Magnetfeld B was den Spulen Querschnitt durchsetzt sich zeitlich ändert.
Man kann auch durch die Änderung der Fläche die durch das Magnetfeld durchsetzt wird eine Spannung erzeugen. Dazu kann man durch Rotation von einer Spule mit der Windungszahl N und der Querschnittsfläche A mit der Winkelgeschwindigkeit ω in einem homogenen Magnetfeld B

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi = -\frac{d}{dt}(B \cdot NA \cdot cos(\omega \cdot t) \tag{2}$$

$$= -B \cdot NA \cdot \omega cos(\omega \cdot t) \tag{3}$$

Der magnetische Fluss Φ ist hier gegeben als das Produkt von der Fläche NA die von dem Magnetfeld durchsetzt wird. Wenn man noch die Rotation mit ein bezieht erhält man

$$\Phi = B \cdot NA \cdot cos(\omega \cdot t) \tag{4}$$

Wenn man nun die Fläche zeitlich konstant bei einem Winkel α hält, aber nun das Magnetfeld zeitlich ändert erhält man folgende Gleichung

$$U_{ind}(t) = B \cdot NA \cdot \Omega cos(\alpha) sin(\Omega \cdot t) \tag{5}$$

Zur Berechnung des Magnetfeldes eines Helmholtzspulen-Paars wird folgende Formel benötigt

$$B = \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \mu_0 \frac{NI}{R} \tag{6}$$

Bei Spulen stellt man fest, dass bei Wechselströme bei hohen Frequenzen der Widerstand der Spule zunimmt. Dies liegt an der Impedanz der Spule. Der Strom im komplexen ist gegeben als

$$I(t) = \frac{U_0}{i\omega L} e^{i\omega t} \tag{7}$$

Durch umstellen der Gleichung und durch Betrachtung der Betragt erhalten wir folgendene Relation zwischen Widerstand und Frequenz

$$R = L\omega = L \cdot 2\pi f \tag{8}$$

Wobei L die Induktivität der Spule ist.

2. Durchführung

2.1 Versuchsskizze

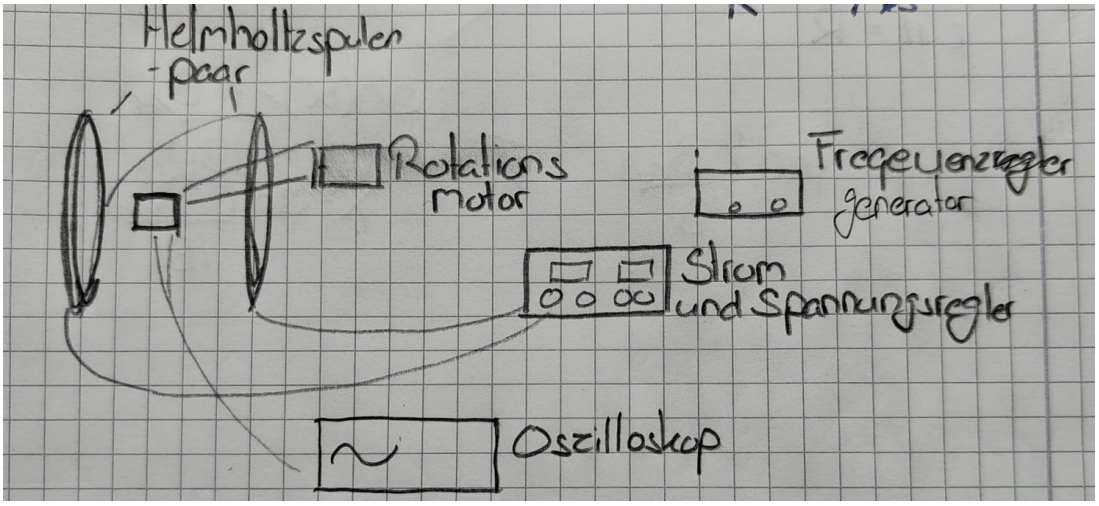


Abbildung 1: Versuchskizze

2.2 Messverfahren

Im Vorversuch werden wir qualitativ beobachten wie sich die Spannung an einer Spule verhält, wenn man ein Stabmagnet von diesen entfernt oder näher bringt. Dies wird auch andersrum durch geführt in dem man die Spule zu dem Magnet zum Magnet hin bzw. weg wegbewegt. Im zweiten Teil wird einmal die Spannungen gemessen, bei Variation der Drehfrequenz der Flachspule und einmal bei einer konstanten Drehfrequenz wird der Strom der durch die Helmholtzspule fließt variiert. Daraufhin wird die Helmholtzspule an den Leistungsgenerator angeschlossen. Mit einer Frequenz von 100 Hz wird die Spannung an der Flachspule bei verschiedenen Spannungen gemessen. Daraufhin wird bei Variation von der Leistungsgenerator Frequenzen zwischen 20 Hz und 2 kHz die Spannung an der Flachspule notiert. Danach wird qualitativ beobachtet, dass bei einer hinreichend großen Frequenz, eine Schwebung bei der induzierten Spannung misst, wenn man bei der Flachspule ein Drehfrequenz einstellt.
Um den Betrag des Erdmagnetfeldes zu bestimmen, wird der Aufbau in nördliche Richtung ausgerichtet. Es wird die induzierte Spannung gemessen bei einer Frequenz etwa 15 Hz, wobei kein Strom durch die Helmholtzspulen fließt. Darauf wird mit den Helmholtzspulen wird die senkrecht Komponente kompensiert, indem man ein Minimum der induzierten Spannung einstellt.

3. Auswertung

3.1 Induktiongesetz

Wir erhalten folgendes Diagramm, wenn Induktionsspannung U_{ind} gegen die Freqeunz f geplottet wird, indem ein fit angelegt wurde

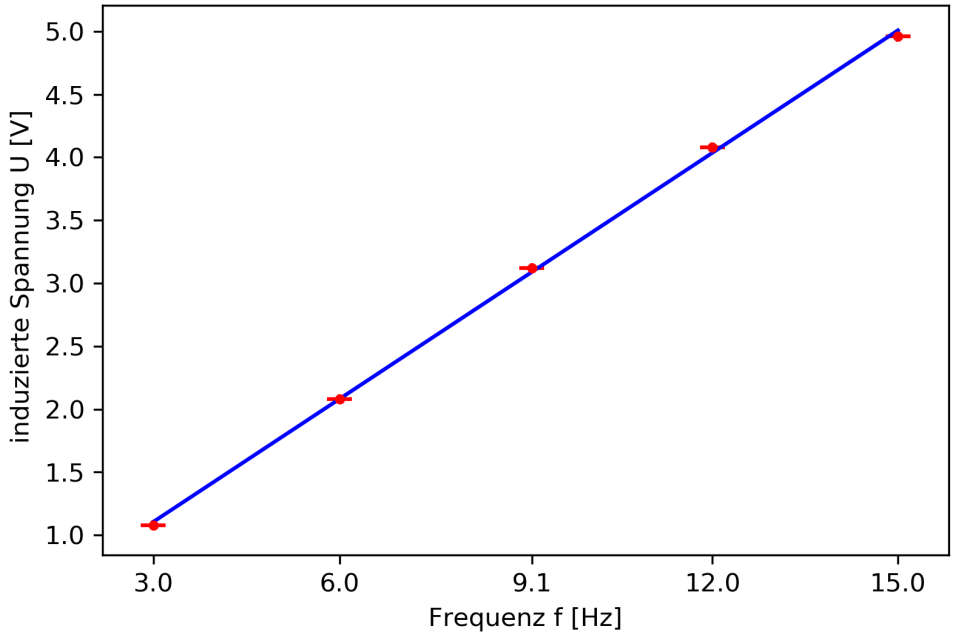


Diagramm 1: Die Messwerte fur die induzierte Spannung bei verschiedenen Rotationsfrequenzen mit Fitgerade

Wir erhalten dadurch folgende Steigung

$$a = (0,325 \pm 0,004)\frac{V}{Hz}$$

Daraus können wir das Magnetfeld B mit Gleichung (3) ausrechnen. Durch umstellen erhalten wir durch einsetzen von $\omega = 2\pi f$

$$B = \frac{U_{ind}}{f} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot AN} \tag{9}$$

$$= a \cdot \frac{1}{2\pi \cdot AN} \tag{10}$$

Wir erhalten also folgenden Wert

$$B = (3,10 \pm 0,04) \cdot 10^{-3} T$$

Mit folgender Fehlerformel

$$\Delta B = B\frac{\Delta a}{a} \tag{11}$$

Man erhält folgenden theoretischen Wert B_{theo} für die Helmholtzspulen unter Verwendung von Gleichung (6) und dem Wert der Stromstärke von $I = (4,00 \pm 0,10)A$

$$B_{theo} = (3,03 \pm 0,08) \cdot 10^{-3}T$$

Der Fehler wurde mit folgender Formel ausgerechnet

$$\Delta B_{\text{theo}} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_{\text{theo}}}{\partial I}\Delta I\right)^2} \tag{12}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{8\sqrt{5}\mu_0 n}{25d}\Delta I\right)^2} \tag{13}$$

$$= B_{\text{theo}}\sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} \tag{14}$$

Wir erhalten also eine σ-Abweichung von $0,78$. Diese wurde mit folgender Formel ausgerechnet

$$\frac{|B - B_{theo}|}{\sqrt{(\Delta B)^2 + (\Delta B_{theo})^2}} \tag{15}$$

Diese Abweichung ist nicht signifikant da der Unterschied unter 3σ liegt mögliche Gründe für die Abweichungen könnten statistische Schwankungen der Frequenzen sein. Auch ist es auffällig, dass man hier ein Offset, also ein y-Achsenabschnitt, von $0,13$. Man würde also nach dem Diagramm ein Spannung von $0,13V$ messen. Eine mögliche Erklärung für diese Abweichungen von der Nullspannung könnte das Erdmagnetfeld sein, das wie im vorangegangenen Teil des Experiments gezeigt auch ohne Strom in den Helmholtzspulen Induktionseffekte hervorruft. Bei der Aufzeichnung gegen die Frequenz, d. h. effektiv bei Frequenz Null und ohne Bewegung der Induktionsspule, kann das Erdmagnetfeld, das als konstant angenommen werden kann, jedoch nicht mehr als Erklärung dienen. In diesem Fall kommen nur noch störende, zeitlich variierende magnetische Wechselfelder in Frage, die möglicherweise durch Wechselstromflüsse in Stromkabeln oder anderen Quellen induziert werden. Da man hier nur die Steigung betrachtet, hat dieser Offset kein Einfluss auf B.

Wenn man nun die Frequenz f konstant hält und die Stromstärke durch die Helmholtzspulen erhöht erhält man folgendes Diagramm

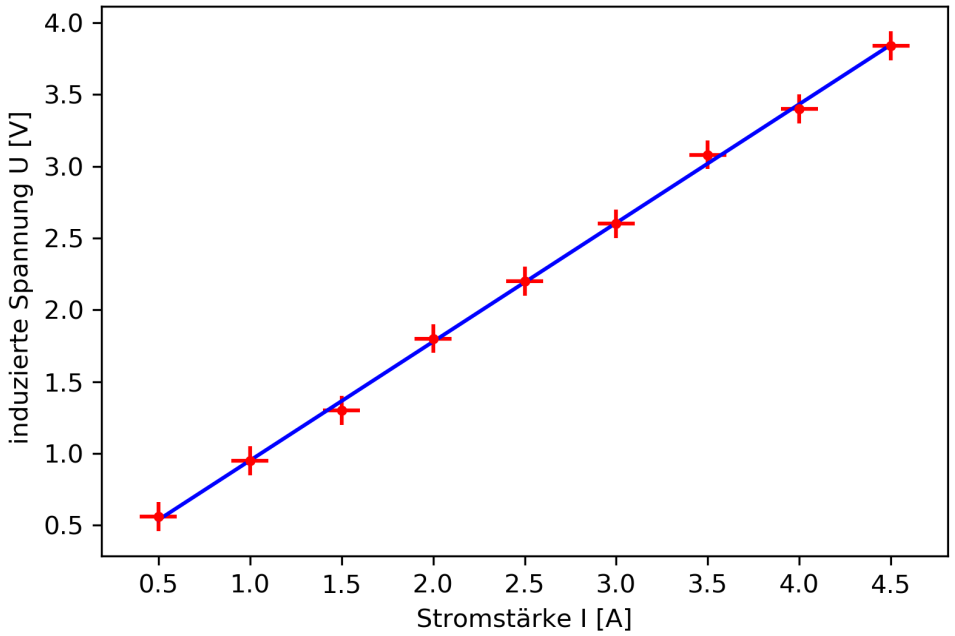


Diagramm 2: Die Messwerte für die induzierte Spannung bei verschiedenen Spulenströmen mit Fitgerade

3.2 Periodische Feldströme

Die für den periodischen Feldstrom bei verschiedenen Winkeln der Induktionsspule gemessene Spannung mit einem $|cos(x)|$-Fit wird gegen die Winkel aufgetragen:

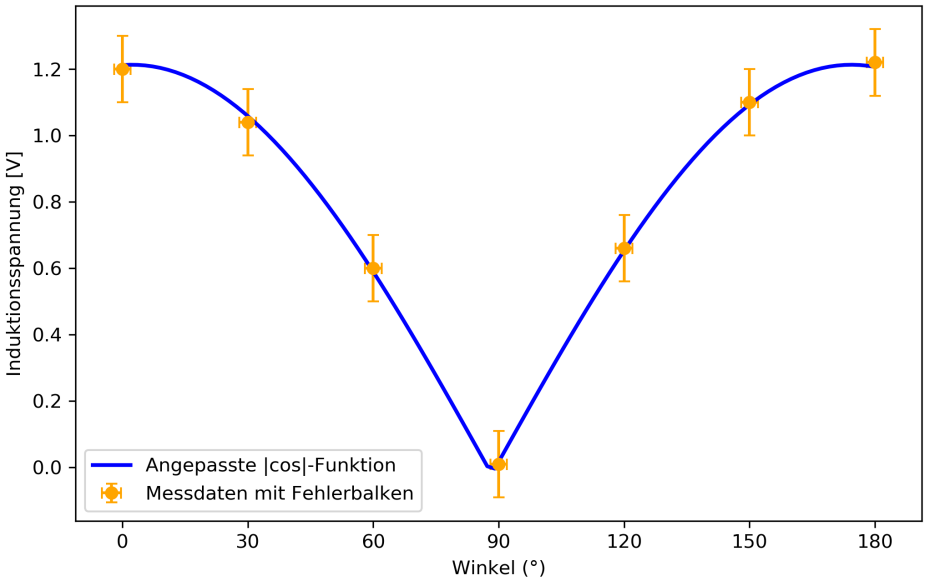


Diagramm 3:Induktionsströme durch zeitlich variables Magnetfeld unter verschiedenen Induktionsspulenwinkeln mit $|cos(x)|$-Fit

Man kann hier ein Verlauf von $|\cos(x)|$ erkennen. Dies liegt daran, dass die Amplituden des Wechselstroms gemessen wurden und die Richtung oszilliert. Nach der entsprechenden Gleichung wäre bei einem Winkel von 90° keine induzierte Spannung mehr zu erwarten. Die Abweichung von diesem Verhalten ist vermutlich auf eine geringe Ungenauigkeit bei der Winkeleinstellung zurückzuführen, da in diesem Bereich die Funktion ihre maximale Steigung erreicht und somit besonders empfindlich auf kleine Abweichungen reagiert. Wenn man berücksichtigt, dass man für Winkel $> 90°$ negative Spannungen messen sollte, erhält man ein *cos*-Funktion

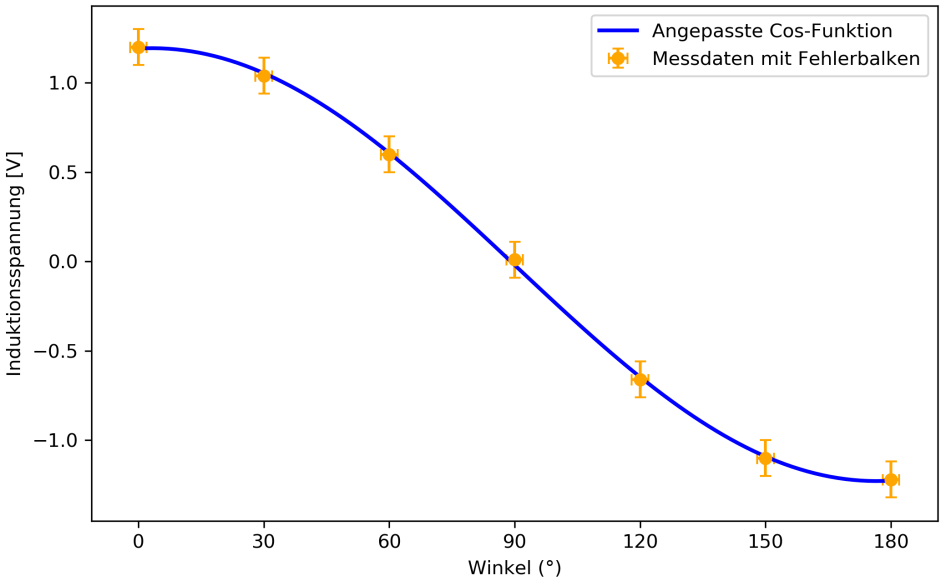


Diagramm 4: Induktionsströme durch zeitlich variables Magnetfeld unter verschiedenen Induktionsspulenwinkeln mit $cos(x)$-Fit

Das Verhältnis der induzierten Spannung zur angelegten Spannung, basierend auf den Daten aus Tabelle 4, wird nun in Abhängigkeit von der Frequenz dargestellt.

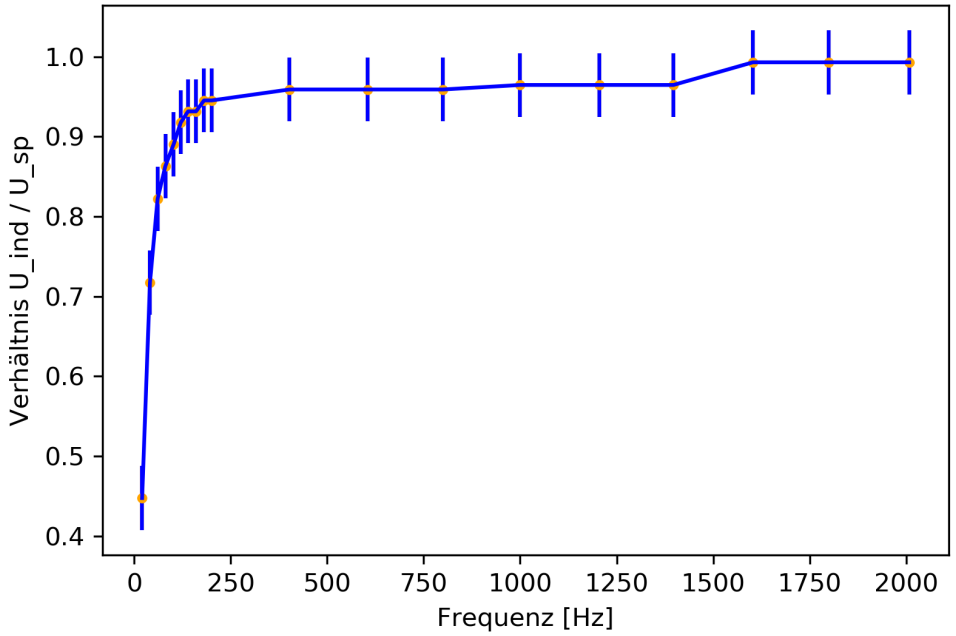


Diagramm 5: Die Spannungsübertragungseffizienz bei verschiedenen Frequenzen

Man sieht in der Messung, dass sich die Stromstärke verändert trotz dessen, dass die Spule mit gleicher Spannung betrieben wird. Dies liegt an der Impedanz der Spule, bei höheren

Frequenzen wird nach Gleichung (8) der Widerstand größer je größer die Frequenz ist. Dies ist im folgenden Diagramm geplottet

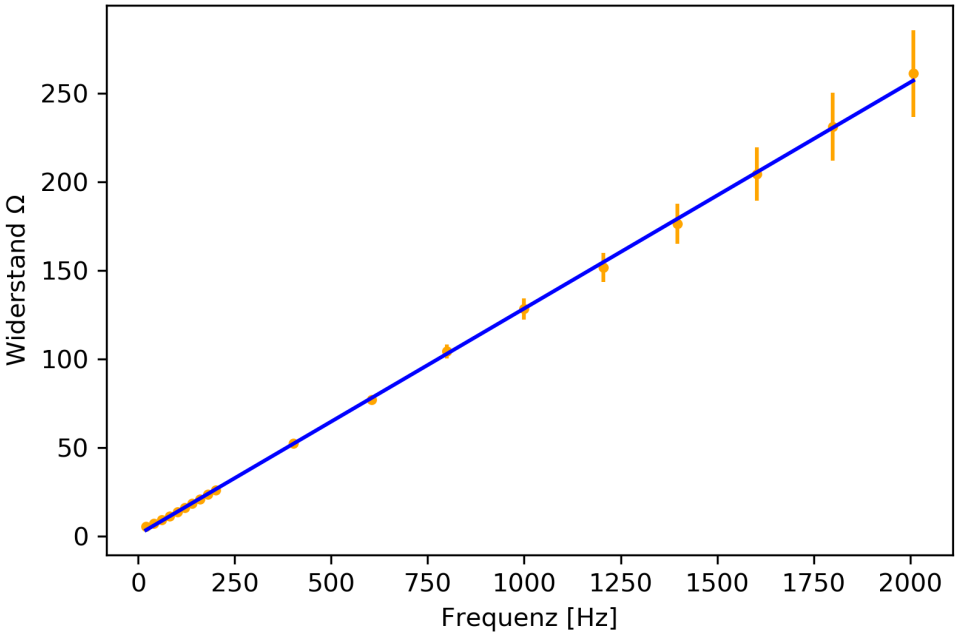


Diagramm 6:Der Induktionsspulenwiderstand gegen die Frequenz

Um die Induktivität der Spule verwenden wir nach Umstellung der Gleichung (8). Daraus erhalten wir folgenden Wert

$$L = (2,021 \pm 0,010) \cdot 10^{-2} H$$

3.3 Erdmagnetfeld

Um den Betrag des Erdmagnetfeldes in nördlicher Ausrichtung auszurechnen ,verwenden wir Gleichung (7) wir erhalten dadurch

$$|B| = (5,4343 \pm 0,11) \cdot 10^{-5} T$$

mit folgender Fehlerformel

$$\Delta|B| = |B| \sqrt{(\frac{\Delta U_{ind}}{U_{ind}})^2 + (\frac{\Delta f}{f})^2} \tag{16}$$

Man kann die horizontale Komponente aus der Restspannung berechnen. Analog wird mit Gleichung (7) und der selben Fehlerformel diese berechnen. Wir erhalten dadurch

$$B_{hor} = (1,081 \pm 0,025) \cdot 10^{-5} T$$

Um die horizontale Komponente B_{vert} zu berechnen, verwenden wir die Gleichung (6) und den Kompensationsstrom $I = (64,70 \pm 0,10)mA$. Wir erhalten dadurch

$$B_{vert} = (4,809 \pm 0,008) \cdot 10^{-5}T$$

mit der Fehlerformel (14).
Um den Inklinationswinkel φ auszurechnen erhalten wir aus der Trigonometrie folgende Relation

$$\varphi = tan^{-1}(\frac{B_{vert}}{B_{hor}})$$

und mit folgender Fehlerformel

$$\Delta\varphi = \sqrt{\left(\frac{B_{\text{hor}}}{B_{\text{hor}}^2 + B_{\text{vert}}^2}\Delta B_{\text{vert}}\right)^2 + \left(\frac{B_{\text{vert}}}{B_{\text{hor}}^2 + B_{\text{vert}}^2}\Delta B_{\text{hor}}\right)^2} \tag{17}$$

Daraus erhält man folgenden Wert für den Inklinationswinkel

$$\varphi = (78,52 \pm 0,54)^\circ$$

Wenn wir diesen Wert mit dem gegeben Literaturwert von $\bar{\varphi} = 66^\circ$ (Quelle: Jens Wagner (Physikalisches Praktikum PAP2.2 für Studierende der Physik B.Sc.) Stand: 2024) Wir erhalten mit dem Signifikanztest folgende σ-Abweichung

$$\frac{|\varphi - \bar{\varphi}|}{\Delta\varphi} = 23,19$$

Es sind keine Literaturwerte zum Betrag des Erdmagnetfeldes gegeben, weshalb man den gemessen Wert nicht mit dem vergleichen kann.

4. Zusamenfassung und Diskussion

4.1 Diskussion und Kritik

4.1.1 Induktionsgesetz

Die Diskussion der Werte, die man bei der Variation der Drehfrequenz der Induktionsspule gemessen hat findet man in der Auswertung.

4.1.2 Periodische Feldströme

Bei der Messung der Induktionsspannung bei verschiedenen Winkelstellung der Induktionsspule, sieht man, dass man bei der Messung bei 90° man keine Nullspannung gemessen hat. Nach Gleichung (2) würde man hier erwarten, dass man hier keine Spannung messen, da die Flächennormale der Induktionsspule senkrecht zum Magnetfeld steht. Diese Abweichung ist lässt sich durch Ungenauigkeiten bei der Winkeleinstellung erklären. Da die *cos* Funktion bei 90° die stärkste Steigung hat, gilt es hier die Winkel in diesen Bereich möglichst genau einzustellen um genaue Messergebnisse zu messen.
Bei der Messung der Impedanz haben wir kein Literaturwert mit dem man den gemessenen Wert vergleichen kann. Man kann jedoch sehen, dass der Verlauf in Diagramm (5) der Gleichung (8) entspricht. Man hat sieht in den Messungen und in Diagramm (4), dass es ein Sprung in der Messung gab, in welche die Spannung mit der die Spule betrieben wird um $0,05V$ gesprungen ist. Ein möglicher Grund ist, dass

4.1.3 Erdmagnetfeld

Man sieht bei dieser Messung, dass der gemessene Inklinationswinkel stark von dem Literaturwert abweicht. Bei einer Abweichung von $23,19$ lassen sich systematische Fehler vermuten. Eine Fehlerquelle ist, dass die Nord-Süd Ausrichtung nicht genau war, da man dies mit einem Kompass durchführen sollte. Die Ausrichtung zischen den zwei Kompasse haben sich unterschieden. Zur Kontrolle hätte man mit einer App kontrollieren können ob diese Ausrichtung richtig ist. Man sieht bei der Messung auch, dass die vektorielle Addition der vertikal Komponente B_{vert} und der horizontal Komponente B_{hor} nicht mit der Messung ohne Kompensation entspricht. Eine Möglicher Grund könnte sein, dass das Minimum nicht genau bestimmt wurde. Hier hätte man mehrere Messungen durchführen können um die statistische Messungenauigkeiten zu minimieren. Auch könnte es sein, dass aufgrund von anderen Magnetischen Einflüssen wie Wechselströme o.Ä der dieser Wert verfälscht wurde. Auch könnte bei der Messung ohne Kompensation noch ein kleiner Strom durch die Spule geflossen ist, dies ist aber sehr unwahrscheinlich, da man hier die Spannungsquelle von dem Spulenpaar getrennt wurde.

4.2 Fazit

Allgemein kann man sagen, dass man die Induktionsgeste bestätigt werden konnte. Jedoch sind konnte man bei der Messung des Erdmagnetfeldes nicht den Inklinationswinkel bestätigen konnte.